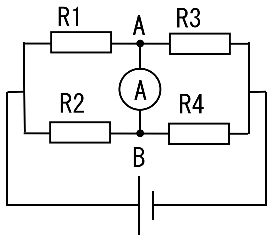
６．直流回路（過渡現象）

(1)　ブリッジ回路

ブリッジ回路

4個の抵抗器を直列接続、更に並列接続した回路をブリッジ回路と言う。



$$\frac{R1}{R2} = \frac{R3}{R4}$$

のとき、AB間の電圧が等しくなり、電流は流れなくなる。

温度測定やひずみ測定など、抵抗の変化を利用した計測などで、この回路が使われる。

R1にセンサを接続し、AB間で電流が流れなくなるときのR2を正確に測定することにより、R1を求めることができる。

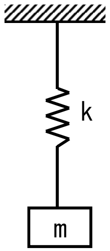
(2)過渡現象

機械振動

ばねにおもりをぶら下げると・・・
　上下に振動する

どんなばねに、どんなおもりをぶら下げると、
どんな振動をするのか？

　数式を使って予想する



機械振動は、機械技術者にとってとても重要
　旋盤の振動・・・・製品の精度に影響
　自動車の振動・・・乗り心地に影響
　電車の振動・・・・破壊（金属疲労）に影響

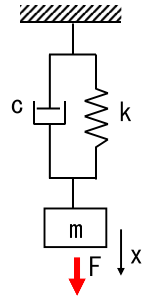
機械振動

振動とは･･･変位 x の周期的変化　　$x = A \cdot \sin(2\pi f t)$

振動に影響を及ぼすもの
　ばね（ばね定数 : k ）
　おもり（質量 : m ）
　摩擦（減衰係数 : c ）

変位と関係するものを仲介して、
これらの関係を結びつける

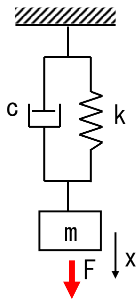
　関係するもの････力



機械振動

力との関係

ばね	$F = kx$	k : ばね定数 x : 変位	
粘性減衰器	$F = cv = c\dfrac{dx}{dt}$ 速度は変位の微分	c : 粘性減衰係数 v : 速度	
おもり	$F = ma = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$ 加速度は変位の2階微分	m : 質量 a : 加速度	

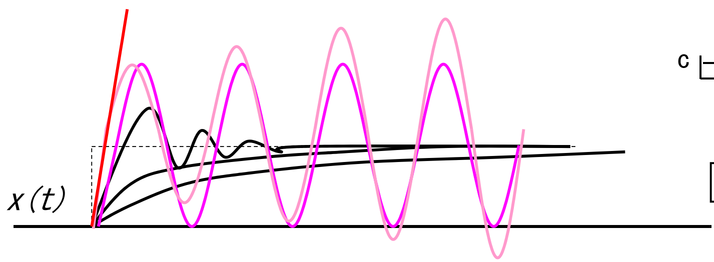


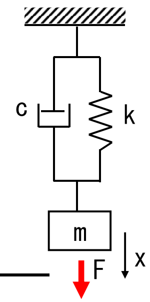
機械振動

これらの総和が外力となる

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx$$

微分が入った式････微分方程式
　これを解けば振動の様子が分かる





電気の世界では

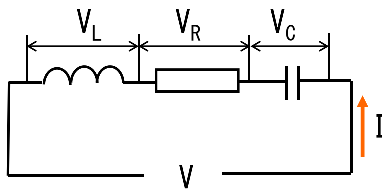
電圧 V と電流 I の関係

抵抗器

コンデンサ

コイル

これらの総和が電源電圧となる



電気の世界では

電圧 V と電流 I の関係

抵抗器　$I = \dfrac{V}{R}$　、　$V = IR$　　R ： 抵抗

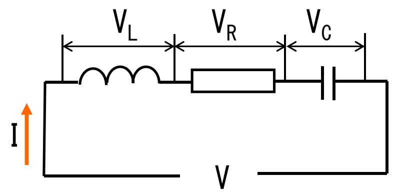
コンデンサ　$I = C\dfrac{dV}{dt}$　、　$V = \dfrac{1}{C}\int I\,dt$　　C ： 静電容量

コイル　$I = \dfrac{1}{L}\int V\,dt$　、$V = L\dfrac{dI}{dt}$

L ： 自己インダクタンス

これらの総和が電源電圧となる

$$V = IR + L\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int I\,dt$$



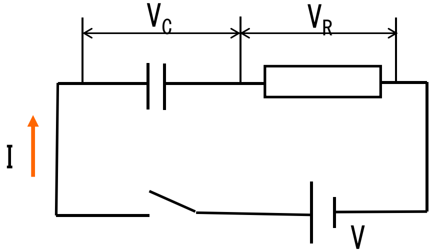
RC直列回路

ＲＣ直列回路に直流電圧をかけたときの電流の挙動を考える。

抵抗器、コンデンサに流れる電流は同じなので、流れれる電流をIとすると、

VC＝

VR=

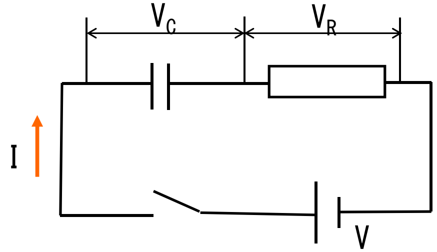


RC直列回路

全体の電圧Vはそれぞれの電圧の和に等しいので

V=

この微分方程式を解けば、流れる電流、個々の電圧を求めることができる。



RC直列回路

１階微分方程式の解法（一例）

与えられた微分方程式を t で微分すると、

両辺を t で積分すると、

$ln\ y = x$ は　$y =$ 　　であることから

RC直列回路

１階微分方程式の解法（一例）

与えられた微分方程式を t で微分すると、

両辺を t で積分すると、

$ln\ y = x$ は　$y = e^x$ であることから

RC直列回路

ここで $t = 0$ のとき、コンデンサに充電されていないときは

流れる電流は $I = \dfrac{V}{R}$ となることから、 $e^0 = 1$ より

よって、電流 I は

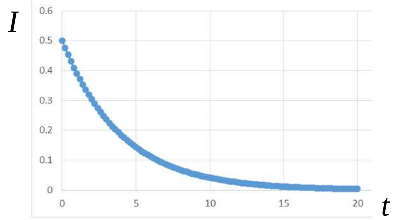
V_R 、V_C は

$V_R =$

$V_C =$

RC直列回路

電源電圧を5V、抵抗を10Ω、静電容量を0.4Fとすると、 I は



ここで

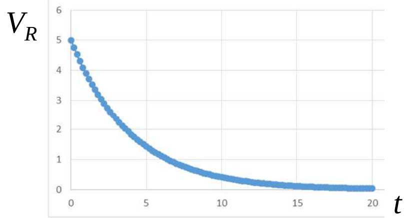
$T = RC$ 　時定数

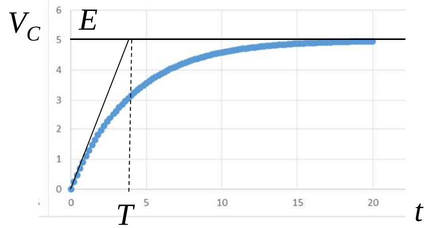
E 　　　電源電圧

t=0での接線の傾き　E/T

t=Tでの電流　　0.623E

V_R 、V_C は





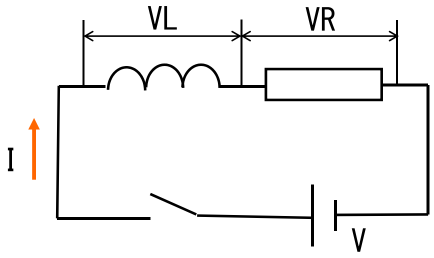
RL直列回路

ＲＬ直列回路に直流電圧をかけたときの電流の挙動を考える

抵抗器、コイルに流れる電流は同じなので、流れれる電流をI
とすると、

VL＝

VR=



RL直列回路

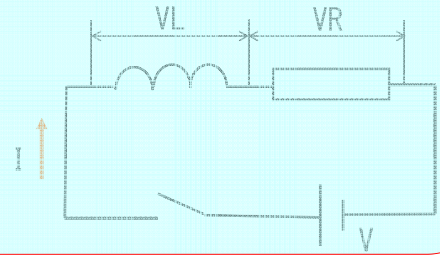
ＲＬ直列回路に直流電圧をかけたときの電流の挙動を考える

抵抗器、コイルに流れる電流は同じなので、流れれる電流をI
とすると、

VL＝

VR=

省略

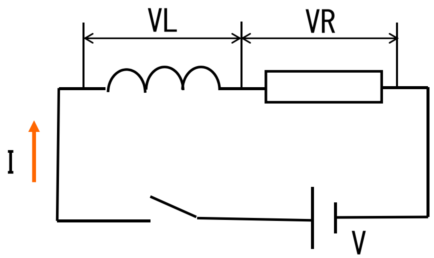


RL直列回路

全体の電圧Vはそれぞれの電圧の和に等しいので

V=

この微分方程式を解けば、流れる電流、個々の電圧を求める
ことができる。

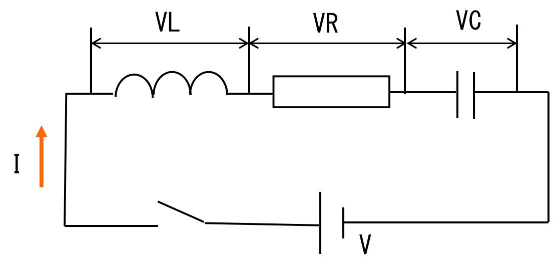


RCL直列回路

ＲＣＬ直列回路に直流電圧をかけたときの電流の挙動を考え
る。回路を流れる電流を Ｉ としたとき

V=

この微分方程式を解けば、流れる電流、個々の電圧を求める
ことができる。



RCL直列回路

２階微分方程式の解法（一例）

与えられた微分方程式を t で微分すると、

$I = e^{st}$ と仮定する。ただし、S は定数。

ここで、上式が常に成り立つためには

ここから、S の解を求める

RCL直列回路

1) S が２つの異なる実数解（ a 、b ）の場合

2) S が重解（ c ）の場合

3) S が２つの異なる虚数解（ $d \pm fi$ ）の場合

解き方は別の授業で　（さらに複雑な数学が必要）

RCL直列回路

一般的には、$as^2 + bs + c = 0$ の場合

：減衰係数

：固有振動数

とおく。

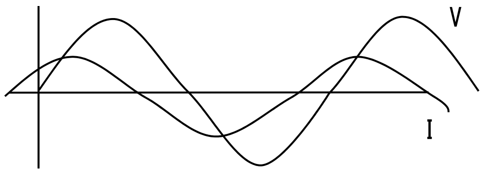
減衰係数により、減衰の状況が分かる

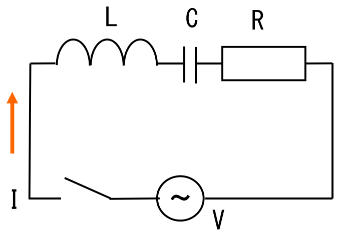
固有振動数により、振動の速さ（振動数）が分かる

7．交流回路

交流回路

抵抗器、コイル、コンデンサに交流電圧をかけると電流が流れる。
交流回路では、コイルやコンデンサに流れる電流に対する電圧の比率をリアクタンスとよぶ。
コイルやコンデンサに流れる電流の大きさは電源周波数によって変化する。
コイル、コンデンサに流れる電流の位相は、かかる電圧の位相とずれる。





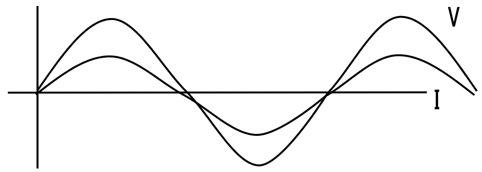
抵抗器に流れる電流

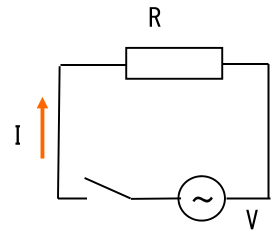
抵抗器に交流電圧をかけたときの電流の挙動を考える

電圧Vは $V=V_0\cdot\sin(\omega t)$

電流Iは $I=\dfrac{V_0}{R}=\dfrac{V_0}{R}\cdot\sin(\omega t)$

電流の大きさはV_0/R、位相のずれは0





コイルに流れる電流

コイルに交流電圧をかけたときの電流の挙動を考える

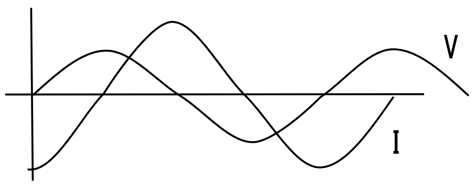
電圧Vは $V=V_0\cdot\sin(\omega t)$

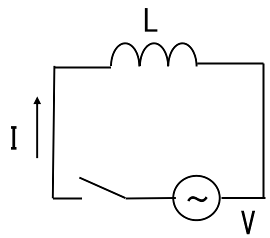
電流Iは $I=\dfrac{1}{L}\int V dt=\dfrac{1}{L}\int V_0\cdot\sin(\omega t)dt=\dfrac{V_0}{\omega L}\cos(\omega t)$

$$=\frac{V_0}{\omega L}\sin(\omega t-\pi/2)$$

電流の大きさは$V_0/\omega L$、位相は$\pi/2$遅れる

ωL・・・・誘導性リアクタンス





コンデンサに流れる電流

コンデンサに交流電圧をかけたときの電流の挙動を考える

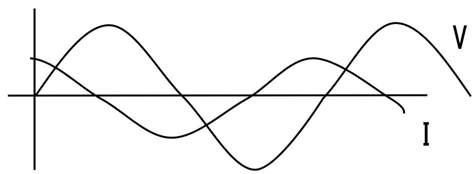
電圧Vは $V=V_0\cdot\sin(\omega t)$

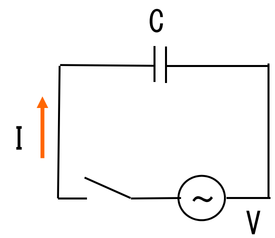
電流Iは $I=C\dfrac{dV}{dt}=V_0\omega C\cdot\cos(\omega t)$

$$=V_0\omega C\cdot\sin(\omega t+\pi/2)$$

電流の大きさは$V_0\omega C$、位相は$\pi/2$進む

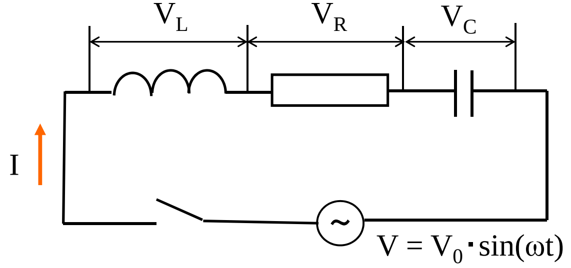
$1/\omega C$・・・・容量性リアクタンス



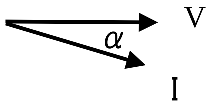


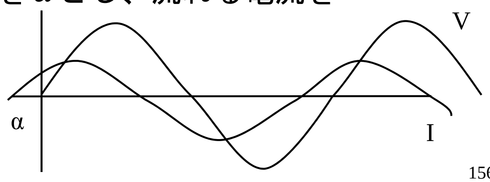
RCL直列回路に流れる電流

ＲＣＬ直列回路に交流電圧をかけたときの電流の挙動を考える。



電圧に対する電流の位相差をαとし、流れる電流を $I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ とすると、





RCL直列回路に流れる電流

各部品にかかる電圧は

$V_R = RI = RI_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha)$　　位相は同じ

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = \omega L I_0 \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

$$= \omega L I_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha + \pi/2)$$　　位相はπ/2進む

$$V_C = \frac{1}{C}\int I dt = -\frac{1}{\omega C} I_0 \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

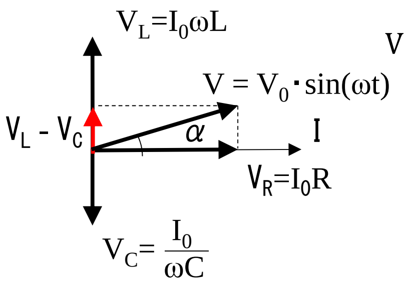
$$= -\frac{1}{\omega C} I_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha + \pi/2)$$

$$= \frac{1}{\omega C} I_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha - \pi/2)$$　　位相はπ/2遅れる

ここでの位相は電流に対する電圧の位相であることに注意

RCL直列回路に流れる電流

回路全体の電圧は、各部品にかかる電圧の総和に等しい。
しかし、位相がずれているので各電圧をベクトルで考えて総和を求める。



$$V_0 = \sqrt{(V_R^2 + (V_L - V_C)^2)}$$

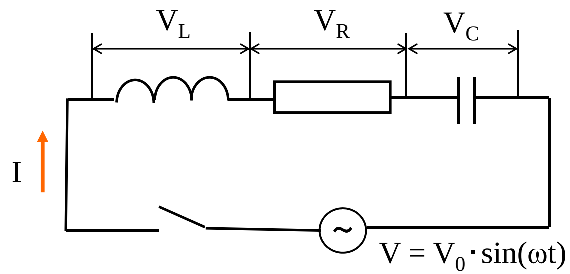
$$= I_0 \sqrt{(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2)}$$

$$\alpha = \tan^{-1}((\omega L - 1/\omega C)/R)$$

この時の$\sqrt{(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2)}$
を合成インピーダンスという

RCL直列回路に流れる電流

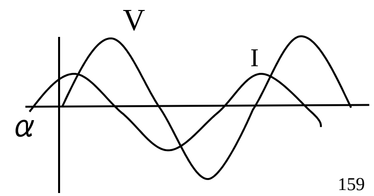
ＲＣＬ直列回路に交流電圧をかけたときの電流Iは



$I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha)$

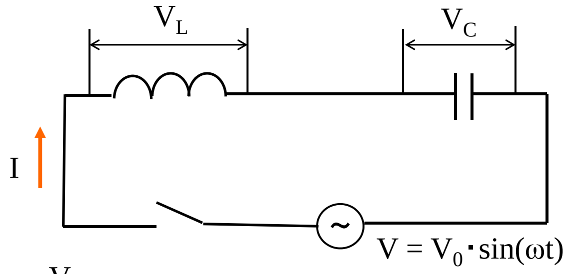
$$= \frac{V_0}{\sqrt{(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2)}} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\alpha = \tan^{-1}((\omega L - 1/\omega C)/R)$$



RCL直列回路に流れる電流

ここで、R=0とした時の電流Iは

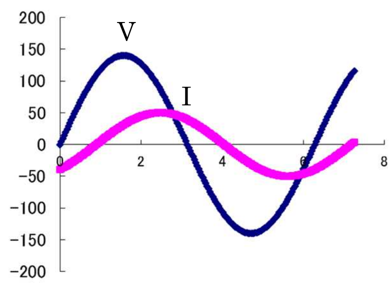


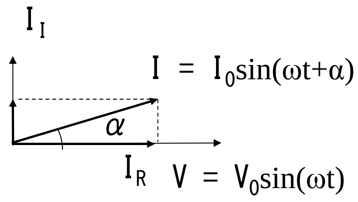
$$I = \frac{V_0}{\sqrt{(\omega L - 1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \alpha)$$

ここで、 $\omega L - 1/\omega C = 0$ の時、分母がゼロになるので$I=\infty$。
この現象を「共振」という。

交流回路の電力

交流回路は、回路を構成するR、C、Lによって、かける電圧と流れる電流との間に位相のずれαが生じる。





＊ここでは電圧基準で考える

この回路で取り出すことの出来る単位時間当たりエネルギー（電力）は電圧と電流の同じ位相の成分だけが有効となる

交流の電力

位相のずれをθとすると、この時の電力（有効電力）は

$P = IV \cdot \cos\theta$　　単位は[W]

この時の $\cos\theta$ を力率

単に電圧と電流の積を皮相電力といい

$S = VI$　　単位は[VA]

電流の無効成分の積を無効電力といい

$Q = IV \cdot \sin\theta$　　単位は[var]

また、三相交流の電力は、線間電圧をV、線電流をIとすると

$P = \sqrt{3}\, IV \cdot \cos\theta$