５．線形代数

1)ベクトル

（理系大学での）ベクトルとは、ベクトル空間（線形空間）の元。７つの条件を満たすものは、すべてベクトル（広義のベクトル、広すぎて理解不能)。

（簡単に言うと）　１個以上の値を持ち、それを表記したもの

（もっと簡単に言うと）　１個以上の値を順に１行（もしくは１列）に並べたもの

各値を成分と言う。また、成分の数を次元と言う（厳密ではないが)。

　２次元ベクトルの成分を平面座標に当てはめたものが平面ベクトル、

　３次元ベクトルの成分を空間座標に当てはめたものが空間ベクトルで、

　これらのベクトルはある起点（原点）からの方向と距離を表すのに用いることが可能。

　　→　高校で学ぶベクトルは平面ベクトル、空間ベクトル。

高校での表記　$\vec{a}=(a1,a2)$　　矢印を使って表記し,成分を横に並べて書く　行ベクトル

大学での表記　$\mathbf{a}=\begin{bmatrix} a1 \\ a2 \end{bmatrix}$　　太字を使って表記し、成分を縦に並べて書く　列ベクトル

ベクトルの演算

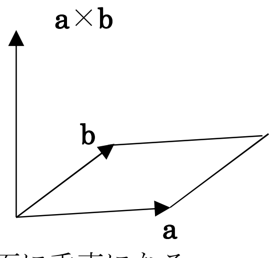
$\mathbf{a}=\begin{bmatrix} a1 \\ a2 \\ \cdots \\ an \end{bmatrix}$、$\mathbf{b}=\begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ \cdots \\ bn \end{bmatrix}$　　のとき、

スカラー倍　　$k\mathbf{a}=\begin{bmatrix} ka1 \\ ka2 \\ \cdots \\ kan \end{bmatrix}$　、和　　$\mathbf{a+b}=\begin{bmatrix} a1+b1 \\ a2+b2 \\ \cdots \\ an+bn \end{bmatrix}$

内積　　$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = a1\cdot b1 + a1\cdot b1 + \cdots + an\cdot bn$　内積の定義

　$|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cos\theta$ の定義もあるが、あまり好ましくない。なぜなら、２次元、３次元では２つのベクトルのなす角があるが、４次元以上だと？？？

外積　　$\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a2\cdot b3 - a3\cdot b2 \\ a1\cdot b3 - a3\cdot b1 \\ a1\cdot b2 - a2\cdot b1 \end{bmatrix}$　　外積の定義



　基本的に３次元で定義される。

　多次元での定義もあるが工学の範囲を超えるので省略。

　外積の大きさは $|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\sin\theta$ と等しく、また **a**、**b** が作る平面に垂直になる。

位置ベクトル

平面ベクトル、空間ベクトルにおいて、ある点 p の座標を（p1、p2、(p3)）とすると、原点を起点、点 p を終点として、**p**=（p1、p2、(p3)）とベクトルで表すことができる。このようなベクトルを位置ベクトルと言う。

平行でないベクトル **a**、**b** を使うと、**a**、**b** が作る平面内の任意の点 p の位置ベクトル **p** は、p=m**a**+n**b**　で表すことができる。また、同一平面にないベクトル **a**、**b**、**c** を使うと、空間内の任意の点 p の位置ベクトル **p** は、**p**= m**a**+n**b**+l**c**　で表すことができる。

基本ベクトル

直交する２次元平面、直交する３次元空間の x 軸、y 軸、z 軸方向の大きさ 1 のベクトルを基本ベクトルと呼び、それぞれ **i**、**j**、**k** で表す。

平面上（空間上）の任意の点 p の位置ベクトル **p** は **p**=x**i**+y**j**+z**k** で表すことができる。

直線のベクトル方程式

q の終点を通り **r** と平行な線上の点 p の位置ベクトル **p** は **p**= **q**+n**r**　となる。

(px,py.pz)= (qx,qy.qz)+n(rx,ry,rz)

もしくは、q=(qx,qy.qz)を通り、**r**=(rx,ry,rz)と平行な線は

(px-qx)/rx=(py-qy)/ry=(px-qz)/rz　　となる

平面のベクトル方程式

平面の方程式は ax+by+cz+d=0 で表すことができる（直線は ax+by+c=0）

q の終点を通り **n** と直交する面上の点 p の位置ベクトル **p** は **n**･(**p**−**q**) =0 となる。

もしくは、q=(qx,qy.qz)を通り、**n**=(nx,ny,nz)と直交する面は

nx(x-qx)+ny(y-qy)+nz(z-qz)=0　　となる