2)行列

値や記号などを縦横に表記したものを行列（マトリックス）という。横を行、縦を列という。また、各数値を成分と言う。行と列が同じものを正方行列という。

正方行列の中で左上から右下にかけての対角成分が 1 、それ以外がゼロを単位行列 E という。全ての成分がゼロを零行列 0 と言う。

行列の演算

加法・減法（和・差）　前の行数・列数、後ろの行数・列数が同じでなければならない。、
　それぞれの成分の和・差を求める。

定数倍　それぞれの成分を定数倍する

乗法（積）　前の行数と後ろの列数が一致していなければ積は求められない。
　演算結果は前の行数×後ろの列数の行列になる。(×の記号は省略可）手法は黒板で
　$A \times B \neq B \times A$　　交換法則は成り立たない
　$(AB)C=A(BC)$　　結合法則
　$A(B+C)=AB+AC$　　$(A+B)C=AC+BC$　　分配法則

正方行列において、同じ正方行列で積が単位行列になるものを逆行列という
　　$AB=E$　のとき、B は A の逆行列　$B = A^{-1}$　　$AA^{-1}=A^{-1}A=E$
　（A は B の逆行列　$A = B^{-1}$　　$B^{-1}B=BB^{-1}=E$　）

掃き出し法

以下の三つの手順を繰り返す。

1）任意の行を入れ替える
2）行を定数倍する
3）行を定数倍して別の行に加える（引く）

行列を使うと様々な計算がコンピュータで解けるようになる
（機械的に逆行列を求めたり、連立方程式を解くのに用いる）

逆行列の算出：右側に単位行列を置き、左側が単位行列になるように掃き出し計算を行う。

$$\begin{array}{ccc:ccc} 3 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad \text{①③交換} \quad \begin{array}{ccc:ccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{②-2×①} \\ \text{③-3×①} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -7 & 1 & 1 & 0 & -3 \end{array} \quad \text{③-7/3×②} \quad \begin{array}{ccc:ccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -4/3 & 1 & -7/3 & 5/3 \end{array} \quad \text{③×(-3)/4}$$

$$\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -3/4 & 7/4 & -5/4 \end{array} \quad \text{②-③} \quad \begin{array}{ccc:ccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 & 3/4 & -3/4 & -3/4 \\ 0 & 0 & 1 & -3/4 & 7/4 & -5/4 \end{array} \quad \text{②×(-1/3)}$$

$$\begin{array}{ccc:ccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & -3/4 & 7/4 & -5/4 \end{array} \quad \text{①-2×②} \quad \begin{array}{ccc:ccc} 1 & 0 & 0 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & -3/4 & 7/4 & -5/4 \end{array}$$

連列方程式を行列で解く

まず、連列方程式を行列で表す

連立ｎ元１次方程式、（未知数ｎ個）を解くにはｎ個の式が必要

a11x1+a12x2+a13x3+　　+a1nxn=y1

a21x1+a22x2+a23x3+　　+a2nxn=y2

an1x1+an2x2+an3x3+　　+annxn=yn

これを次の様に記述することにする

$$\begin{bmatrix} \quad ann \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} xn \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} yn \end{bmatrix}$$

行列を左側、解を右側に置き、左側が単位行列になるようにする。

$$\begin{array}{ccc:c} 3 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{array} \quad \text{①③交換} \quad \begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{②-3×①} \\ \text{③-2×①} \end{array} \quad \begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & -7 & 1 & -9 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \end{array} \quad \text{②-2×③}$$

$$\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \end{array} \quad \text{②×(−1)} \quad \begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \end{array} \quad \text{③+3×②} \quad \begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & -8 \end{array} \quad \text{③/4}$$

$$\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \quad \text{②−③} \quad \begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \quad \text{①−2×②} \quad \begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}$$

一次変換

連立方程式を関数の集まりと考えることできる。・・・写像

y1=f(x1、x2、・・・xn)
y2=f(x1、x2、・・・xn)

yn=f(x1、x2、・・・xn)

これを行列で表す
→

$$\begin{bmatrix} \\ yn \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ ann \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ xn \\ \\ \end{bmatrix}$$

理解しやすいよう２変数で考えると

$$\begin{bmatrix} y1 \\ y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$$

これは x1、x2 が決まると y1、y2 が決まる　もしくは x1、x2 を与えると y1、y2 が得られることを意味する。

変数の表現を x1、x2 を x1、y1 に y1、y2 を x2、y2 に替えると

$$\begin{bmatrix} x2 \\ y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix}$$

これは、２次元平面上の点(x1、x2）を（x2、y2）に変換することを意味する。これを一次変換という。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$ X 軸に対する対象移動（上に折り曲げる）

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$ Y 軸に対する対象移動（横に折り曲げる）

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$ 原点に対する対象移動（原点を中心に 180 回転）

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$ X 方向に m 倍、Y 方向に n 倍の拡大・縮小

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$ 原点を中心に θ だけ回転

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-a \\ y-b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$ (a、b)を中心に θ だけ回転