

数学演習問題 (5)

氏名 _____

1. 2つのベクトルが $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ のとき、

- 1) $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ を求めなさい。
- 2) $-4\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ を求めなさい。
- 3) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ を求めなさい。
- 4) $(-\mathbf{a}) \cdot 2\mathbf{b}$ を求めなさい。
- 5) \mathbf{a} と \mathbf{b} のなす角 (非現実空間で良い) を $\cos\theta$ で求めなさい。

2. 2つのベクトルが、 $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ のとき、

- 6) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ を求めなさい。
- 7) $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めなさい。
- 8) \mathbf{a} と \mathbf{b} のなす角を $\sin\theta$ で求めなさい。

3. 3次元空間の3つのベクトルが、 $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}$ のとき、

- 9) $\mathbf{p} = (3, 3, 3)$ の位置ベクトル \mathbf{p} を $\mathbf{p} = r\mathbf{a} + s\mathbf{b} + t\mathbf{c}$ で表したときの r 、 s 、 t を求めなさい。
- 10) 座標 $(1, 2, -3)$ を通り、 \mathbf{a} と平行な線上の点 \mathbf{q} の位置ベクトル \mathbf{q} を基本ベクトルを使って表しなさい。
- 11) 座標 $(-1, -2, 3)$ を通り、 \mathbf{a} と \mathbf{b} が作る平面と平行な平面上の点 \mathbf{m} の位置ベクトル \mathbf{m} を基本ベクトルを使って表しなさい。
4. 2次元空間において、原点からの距離が r 、原点を中心として x 軸から θ のところに点 \mathbf{p} がある。
- 12) 点 \mathbf{p} の位置ベクトル \mathbf{p} を r と θ を使って表しなさい。
- 13) 点 \mathbf{p} からの距離が l 、点 \mathbf{p} を中心として φ のところに点 \mathbf{q} がある。点 \mathbf{q} の位置ベクトル \mathbf{q} を r 、 θ 、 l 、 φ を使って表しなさい。
- 14) θ 、 φ が時間 t の関数で、 $\theta = \omega t$ 、 $\varphi = \gamma t$ のとき、 \mathbf{q} を t の関数で表しなさい。

4. 4つの行列が、 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -1 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $C = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ 、 $D = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ のとき

15) $3A - 2B$ を求めなさい。

16) AB を求めなさい。

17) A の逆行列 A^{-1} を求めなさい。

18) CD を求めなさい。また CD の逆行列を求めなさい。

19) DC を求めなさい。また DC の逆行列を求めなさい。

20) A の転置行列 tA を求めなさい。

5. 以下の問いに答えなさい。

21)
$$\begin{cases} 3x+3y-6z=9 \\ 2x-2y+4z=10 \\ 2x-y+3z=11 \end{cases}$$
 を行列を使って解きなさい。

22) $(x, y) = (3, 4)$ を $(x', y') = (5, -1)$ へ、また $(x, y) = (5, 6)$ を $(x', y') = (8, -3)$ へ一次変換させる行列 A を求めなさい。

23) $(x, y) = (3, 4)$ を X 軸に対する対象移動し、原点を中心に θ だけ回転させる行列 A を求めなさい。

24) $(x, y) = (3, 4)$ を原点を中心に θ だけ回転させ、 X 軸に対する対象移動する行列 B を求めなさい。