（４）自動制御システムの解析

自動制御システムの特性

自動制御システムの特性を調べるために、

システムを構成する個々の要素の伝達関数を求め
それらの伝達関数を結合

システムの伝達関数が求められる

実際の自動制御システムで個々の要素の伝達関数を求め、
数学的にシステム全体の伝達関数を求めることは困難

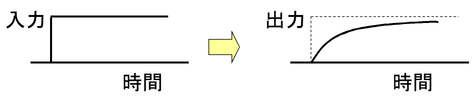
実験的に特定の信号を入力し、そのときの出力を計測して入力と出力の関係を調べる

システムの伝達関数が類推できる。

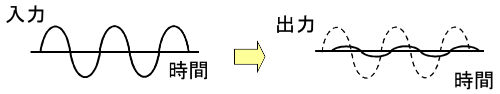
自動制御システムの特性

実際の自動制御システムの特性を調べる方法として

- 過渡応答法
  ・・・ステップ信号などを入力し、出力が定常状態（安定状態）になるまでの挙動を調べる

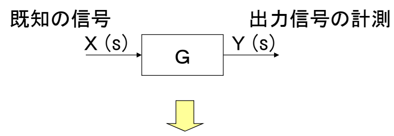


- 周波数応答法
  ・・・正弦波信号を入力し、周波数を変化させたときの出力の挙動を調べる



自動制御システムの特性

これらの方法により、実際の制御システムに信号を入力し、そのときの出力を計測することにより、制御システムの伝達関数を類推する



G (s)＝？？？　これを類推する

自動制御システムの特性

多くの自動制御システムは一次遅れ系もしくは二次遅れ系で近似できる

一次遅れ系で近似の場合

$$G(s)=\frac{K}{1+Ts}$$

K、T　を求めれば良い

二次遅れ系で近似の場合

$$G(s)=K\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

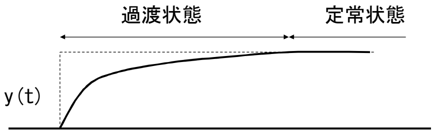
K、ζ、ω_n　を求めれば良い

①ステップ応答（過渡応答）

過渡応答

自動制御システムにステップ信号を入力したとき、出力が安定するまで、ある程度の時間を要する

出力が安定するまで・・・過渡状態
出力が安定した後・・・・定常状態

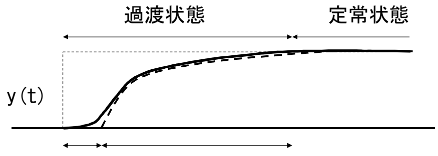


一次遅れ系

過渡状態での出力の挙動で一次遅れ系の伝達関数を類推する

過渡応答

実際の制御システムでは、立ち上がりが遅れる高次送れ系（２次以上）のものもあるが、この場合は１次遅れ要素とむだ時間要素の和として近似する。



過渡応答法によるシステムの解析（一次遅れ系）

自動制御システムに単位ステップ信号を入力し、
そのときの出力（インディシャル応答）からシステムの
特性（伝達関数）を求める

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{1+Ts}$$

K：ゲイン定数
T：時定数

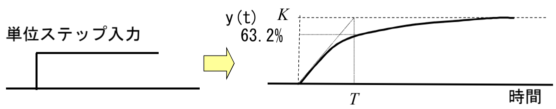
一次遅れ系のインディシャル応答は

$$y(t) = K(1-e^{-t/T})$$

であることから、出力の挙動を測定し、KとTを求めれば良い。

過渡応答法によるシステムの解析（一次遅れ系）

一次遅れ系のインディシャル応答



定常状態になったときの出力からKが求められる。

出力が定常状態の63.2%になるまでの時間からTが求められる

t=0での接線の傾きがK/Tになり、１次遅れ系であることが確認できる

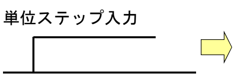
過渡応答法によるシステムの解析（二次遅れ系）

インディシャル応答から２次遅れ系の伝達関数を求める

$$G(s) = K\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

k：ゲイン定数
ζ：減衰比
ω_n：固有角振動数

このK、ζ、ω_nが分かれば良い。



インターネットで図を検索

ζによって挙動が異なる

過渡応答法によるシステムの解析（二次遅れ系）

- ζ=0の場合、振幅K、角振動数ω_nの振動をし続ける（非減衰振動）
  - ω_n：非減衰固有角振動数
  - $\omega_n = \sqrt{c/a}$
- 0<ζ<1の場合、角振動数ω_dの振動をしながらKに収束する（減衰振動）
  - ω_d：減衰固有角振動数
  - $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$
- ζ>=1の場合、振動しないでKに収束する（Kは超えない）
  - ζ=1　（臨界減衰）
  - ζ>1　（過減衰）

過渡応答法によるシステムの解析（二次遅れ系）

特に、0<ξ<1の時

遅れ時間　td
行き過ぎ時間　tp
立ち上がり時間　tr
整定時間　ts
最大行き過ぎ量
（オーバーシュート）
振幅減衰比

インターネットで図を検索

過渡応答法によるシステムの解析（二次遅れ系）

特に、0<ξ<1の時

遅れ時間　td
　定常状態の50%の所に達するまでの時間

行き過ぎ時間　tp
　行き過ぎ量が最大になるまでの時間

立ち上がり時間　tr
　目標値の10～90%の時間

整定時間
　出力が最終値の±5%（または±2%）
　までの時間

最大行き過ぎ量（オーバーシュート）
　行き過ぎの最大値

振幅減衰比
　１サイクルごとの振幅の減衰比

インターネットで図を検索

過渡応答法によるシステムの解析（二次遅れ系）

最大行き過ぎ量、行き過ぎ時間、振幅減衰比、整定時間から
ξ、ωnを求める

最大行き過ぎ量

$a1 = \exp(-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2})$　　・・・ξが求められる

行き過ぎ時間

$t_p = \pi/(\omega_n\sqrt{1-\xi^2})$　　・・・ωnが求められる

振幅減衰比

$\lambda = \exp(-2\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2})$

整定時間

$t_s \fallingdotseq 4/\xi\omega_n$　（⊿＝２％のとき）、
$t_s \fallingdotseq 3/\xi\omega_n$　（⊿＝５％のとき）